Conclusion : $\sigma = S_{(OE)} \circ f$ **d'après** ① , ② et ③

b- $\sigma(D) = (S_{(OE)} \circ f)(D) = S_{(OE)}[f(D)] = S_{(OE)}(J)$.

$(OE) = (OI) \perp (AC) = (AJ) = (AI)$

$I = A * J$ **d'après 1)a-**

$(OE) = méd[AJ]$

Ainsi $\sigma(D) = S_{(OE)}(J) = A$.

• $\sigma(A) = (S_{(OE)} \circ f)(A) = S_{(OE)}(A) = J$

5)a- $(\sigma \circ \sigma)(D) = \sigma[\sigma(D)] = \sigma(A) = J$.

• Désignons par Δ l'axe de σ

donc $\sigma = h_{(\Omega,\cos\alpha)} \circ S_\Delta = S_\Delta \circ h_{(\Omega,\cos\alpha)}$ avec $h_{(\Omega,\cos\alpha)}$ est l'homothétie de centre Ω et de rapport $\cos\alpha$.

$\Rightarrow \sigma \circ \sigma = h_{(\Omega,\cos\alpha)} \circ S_\Delta \circ S_\Delta \circ h_{(\Omega,\cos\alpha)}$

$= h_{(\Omega,\cos\alpha)} \circ h_{(\Omega,\cos\alpha)}$

$= h_{(\Omega,\cos^2\alpha)}$ l'homothétie de centre Ω et de rapport $\cos\alpha$.

Donc $(\sigma \circ \sigma)(D) = J$ équivaut à $h_{(\Omega,\cos^2\alpha)}(D) = J$

$\Rightarrow \Omega, D$ et J sont alignés

par suite $\Omega \in (DJ)$.

b- $(\sigma \circ \sigma)(B) = \sigma[\sigma(B)] = \sigma(O) = I$

$\Rightarrow h_{(\Omega,\cos^2\alpha)}(B) = I$

$\Rightarrow \Omega \in (BI)$.

c- $\Omega \in (BI)$ et $\Omega \in (DJ)$ donnent que $\Omega \in (BI) \cap (DJ)$

Comme $I \notin (DJ)$ (puisque $(DJ) \perp (AC) = (IJ)$)

alors $(DJ) \neq (BI)$

Ainsi (BI) et (DJ) sont sécantes en Ω.

d- On vient de prouver en **5)b-** que $h_{(\Omega,\cos^2\alpha)}(B) = I$

ce qui est équivalant à dire $\overrightarrow{\Omega I} = (\cos^2\alpha).\overrightarrow{\Omega B}$. (1)

B-

1)a- • $f(B) = O$ et $f(O) = I$

$\Rightarrow (\widehat{\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OI}}) \equiv \alpha \ [2\pi]$

$\Rightarrow (\widehat{\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OI}}) \equiv \alpha \ [2\pi]$ **car** $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OC}$

• Le triangle OCI est rectangle en I